

Une histoire d'encerclement de pièces.

Les constructions doivent être réalisées sur la feuille donnée en annexe, à rendre avec la copie.

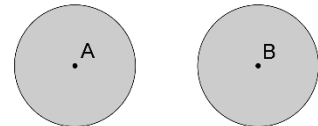
Partie A : Encercler sans déplacer les pièces.

On considère n pièces de 1 euro posées sur une table.

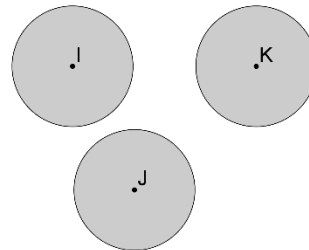
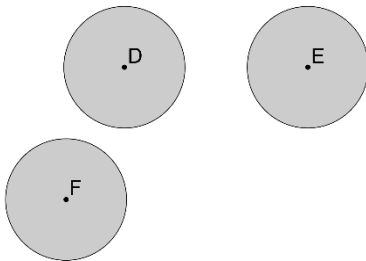
On modélise la position de ces pièces par une configuration dans le plan de n cercles de rayon 1 deux à deux disjoints ou tangents mais non sécants.

On cherche à tracer un cercle aussi petit que possible contenant les n pièces.

1. **Cas où $n = 2$** : Justifier qu'il existe un cercle de rayon minimal contenant les deux pièces puis le construire sur la figure 1 donnée en annexe.



2. **Cas où $n = 3$** : On pose trois pièces sur la table. Expliquer comment construire un cercle de rayon minimal contenant les trois pièces dans chacun des cas suivants, puis tracer ces cercles sur les figures 2 et 3 données en annexe.



Partie B : Encercler au mieux en déplaçant les pièces.

Dans cette partie on cherche à disposer les n pièces de telle façon qu'elles ne se chevauchent pas et qu'elles soient toutes contenues dans un cercle de rayon aussi petit que possible.

Conjecturer les dispositions répondant à la question pour deux, trois, quatre, cinq puis six pièces.

Partie C : Calcul du rayon minimal.

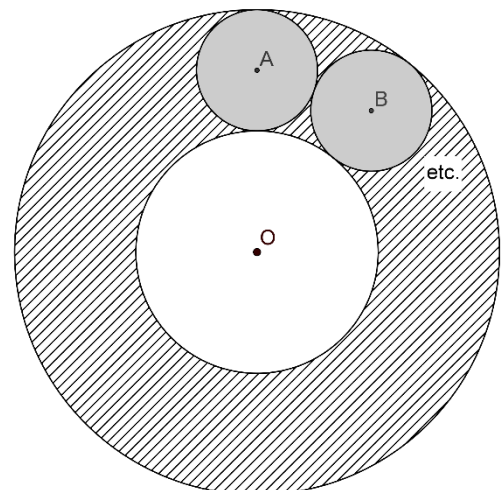
1. On donne deux cercles de même centre et de rayons respectifs $r = 2$ et $R = 4$.

Combien de cercles de rayon 1 peut-on mettre à l'intérieur de la couronne hachurée de telle sorte que les cercles ne se chevauchent pas ?

2. Soit r un réel strictement positif. On donne deux cercles de même centre et de rayons respectifs r et $r+2$.

À partir de quelle valeur de r peut-on placer cinq cercles de rayon 1 à l'intérieur de la couronne ?

3. Calculer les rayons des cercles conjecturés dans la partie B.



Annexe de l'exercice 3 à rendre avec la copie.

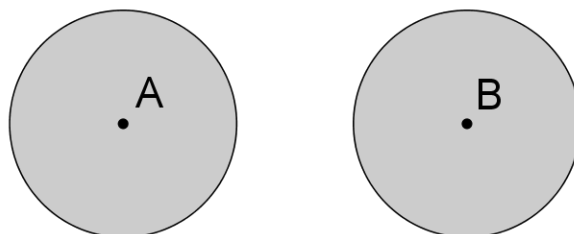


Figure 1

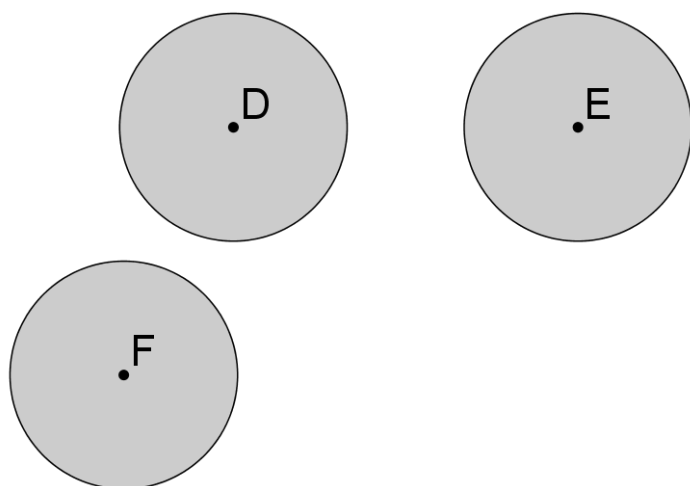


Figure 2

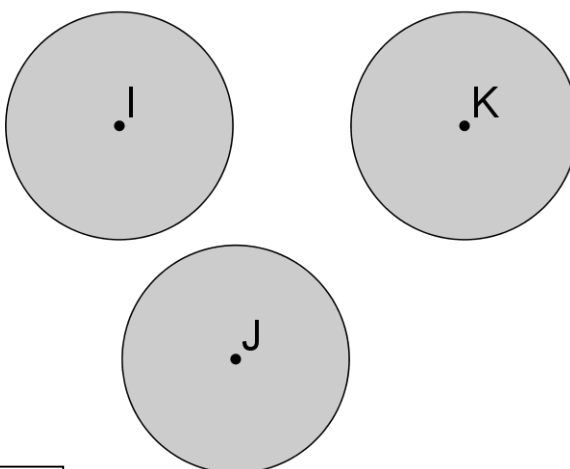


Figure 3